102 學年四技二專第一次聯合模擬考試
共同考科　數學(C)卷　詳解

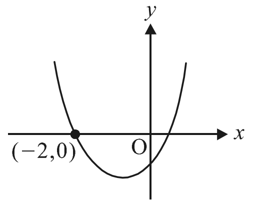
數學(C)卷 102-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	A	C	C	B	B	A	D	C	A	A	D	C	A	C	D	A	D	B	B	A	B	C

1. $a-b+c=f(-1)<0$

$b^2-4ac>0$ ($f(x)$ 和 x 軸交於 2 點)

$\therefore (a-b+c\,,b^2-4ac)$ 在第二象限



2. $M(x_1\,,y_1)=(\dfrac{-5+6}{2},\dfrac{-2+4}{2})=(\dfrac{1}{2},1)$

$x_1=\dfrac{1}{2}$ ， $y_1=1$ ， $\overline{PA}:\overline{PB}=1:2$ ，且 P 在 $\overline{AB}$ 上

依內分點公式

$P(x_2\,,y_2)=(\dfrac{(-5)\times2+6\times1}{3},\dfrac{(-2)\times2+4\times1}{3})=(-\dfrac{4}{3},0)$

$x_2=-\dfrac{4}{3}$ ， $y_2=0$ ， $2x_1+3x_2+4y_1+5y_2$

$=2\cdot\dfrac{1}{2}+3\cdot(-\dfrac{4}{3})+4\cdot1+5\cdot0=1$

3. $A(2,5)$ 、 $B(x_2\,,y_2)$ 、 $C(x_3\,,y_3)$

$M(-4,-4)=(\dfrac{x_2+x_3}{2},\dfrac{y_2+y_3}{2})$ ， $x_2+x_3=-8$

$y_2+y_3=-8$ ， $G=(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3})$

$=(\dfrac{2+(-8)}{3},\dfrac{5+(-8)}{3})=(-2,-1)$

4. 依點斜式： $(y-4)=\dfrac{2}{5}(x-6)\Rightarrow 2x-5y+8=0$

5. $\overline{AB}$ 的中垂線垂直 $3x-4y+5=0$ ，且過外心 $(2,-3)$

設 L ： $4x+3y+k=0$ ，代入 $(2,-3)$ 得 $k=1$

故 $\overline{AB}$ 的中垂線 $4x+3y+1=0$

6. 設扇形的半徑為 r、圓心角為 θ、弧長為 S、面積為 A

弧長 $=r\theta=4\pi$

面積 $=\dfrac{1}{2}Sr=\dfrac{1}{2}r^2\theta=24\pi$

$\Rightarrow r=12$ 、 $S=4\pi$ 、 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$

7. (A) $\dfrac{23}{4}\pi$ 其同界角為 $\dfrac{7}{4}\pi\in$ IV

(B) $-\dfrac{32}{7}\pi$ 其同界角為 $\dfrac{10}{7}\pi\in$ III

(C) $2072°$ 其同界角為 $270°$，是象限角

(D) $-2420°$ 其同界角為 $100°\in$ II

正切函數值在第一、三象限大於 0

8. (A) 若 $\sin A=\dfrac{3}{5}$ ，則對邊：斜邊 $=3:5$

(B) 餘角關係

(C) $-1\le\sin\theta\le1$ ，故 $\sin\theta=3$ 不合

(D) $f(x)=2(\sin x-\dfrac{5}{4})^2-\dfrac{49}{8}$ ，但 $-1\le\sin x\le1$

故最小值為 $f(1)=-6$

9. $\csc(-130°)=k$ ， $\csc130°=-k$

$\sin1700°=\sin260°=2\sin130°\cos130°$

$=2\cdot(-\dfrac{1}{k})\cdot(\dfrac{\sqrt{k^2-1}}{k})=-\dfrac{2\sqrt{k^2-1}}{k^2}$

10. 原式

$=5\sin^2 60°+5\cos^2 60°-2\csc30°\sin30°+\dfrac{\cos^2 30°}{\sin^2 30°}$

$=5-2+(\sqrt{3})^2=6$

(使用餘角、平方、倒數、商數關係化簡，亦可直接求值)

11. $\dfrac{\cot\theta}{\csc\theta-1}+\sec\theta(1-\sin\theta)=\dfrac{\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\dfrac{1}{\sin\theta}-1}+\dfrac{1}{\cos\theta}(1-\sin\theta)$

$=\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}+\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\cos^2\theta+(1-\sin\theta)^2}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta+1}{\cos\theta(1-\sin\theta)}=\dfrac{2(1-\sin\theta)}{\cos\theta(1-\sin\theta)}$

$=\dfrac{2}{\cos\theta}=2\sec\theta$

12. $\alpha\in$ II， $\sin\alpha=\dfrac{8}{17}$ ， $\cos\alpha=-\dfrac{15}{17}$

$\beta\in$ III， $\sin\beta=-\dfrac{3}{5}$ ， $\cos\beta=-\dfrac{4}{5}$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

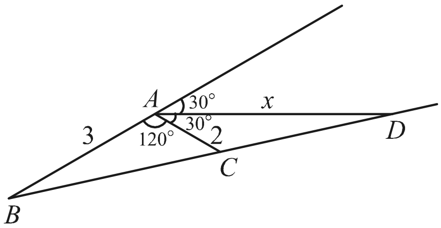
$=(-\dfrac{15}{17})(-\dfrac{4}{5})-\dfrac{8}{17}(-\dfrac{3}{5})=\dfrac{84}{85}$

13. $f(\sin\dfrac{\pi}{8})=\dfrac{1}{-2\sin^2\dfrac{\pi}{8}+1}=\dfrac{1}{\cos\dfrac{\pi}{4}}=\sqrt{2}$

14. 設 $\overline{AD}=x$ ， $\Delta ABC+\Delta ACD=\Delta ABD$

$$\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\cdot\sin 120^\circ+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot x\cdot\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot x\cdot\sin 150^\circ$$

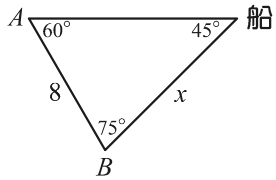
$6\sqrt{3}+2x=3x$ ， $x=6\sqrt{3}$



15. 令對角線長爲 x

$x^2=5^2+2^2-2\cdot 5\cdot 2\cdot\cos 120^\circ=39$ ， $x=\sqrt{39}$

16. 如右圖，船至維修站 B 距離較近，令此段距離爲 x，依正弦定理



$$\frac{x}{\sin 60^\circ}=\frac{8}{\sin 45^\circ}$$

$x=4\sqrt{6}$

17. $\dfrac{\overline{AC}}{\sin B}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin C}$ ， $\dfrac{2}{\sin 30^\circ}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin C}$

$\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\angle C=60^\circ$ or 120°

若 $\angle C=60^\circ$，則 $\angle A=90^\circ$ 、 $\overline{BC}=4$

若 $\angle C=120^\circ$，則 $\angle A=30^\circ$ ， $\overline{BC}=2$

18. $s=\dfrac{7+8+9}{2}=12$

ΔABC 面積 $=\sqrt{12\cdot(12-7)(12-8)(12-9)}=12\sqrt{5}$

$\Delta=rs$ ， $12\sqrt{5}=r\cdot 12$ ， $r=\sqrt{5}$

$\Delta=\dfrac{abc}{4R}$ ， $12\sqrt{5}=\dfrac{7\cdot 8\cdot 9}{4R}$ ， $R=\dfrac{21}{2\sqrt{5}}=\dfrac{21}{10}\sqrt{5}$

$\cos\theta=\dfrac{9^2+8^2-7^2}{2\cdot 9\cdot 8}=\dfrac{2}{3}$

19. $\tan 2040^\circ=\tan 240^\circ=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

$\cos(-\dfrac{40}{3}\pi)=\cos\dfrac{2}{3}\pi=-\dfrac{1}{2}$

$\sin 990^\circ=\sin 270^\circ=-1$

$3\tan^2 2040^\circ-4\cos(-\dfrac{40}{3}\pi)+5\sin 990^\circ$

$=3\cdot(\sqrt{3})^2-4\cdot(-\dfrac{1}{2})+5\cdot(-1)=9+2-5=6$

20. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\overrightarrow{0}$

$\therefore\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{0}\right|=0$

21. $\vec{a}+2\vec{b}=(3+2x,4)$ ， $3\vec{a}-\vec{b}=(9-x,5)$

$\because(\vec{a}+2\vec{b})//(3\vec{a}-\vec{b})$ ， $\therefore\dfrac{3+2x}{9-x}=\dfrac{4}{5}$ ， $x=\dfrac{3}{2}$

22. (A) $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\cdot 5\cdot\cos\dfrac{\pi}{3}=5$

(B) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2=\left|\vec{a}\right|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2=4+10+25=39$

$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{39}$

(C) $\left|5\vec{a}-2\vec{b}\right|^2=25\left|\vec{a}\right|^2-20\vec{a}\cdot\vec{b}+4\left|\vec{b}\right|^2$

$=100-100+100=100$ ， $\left|5\vec{a}-2\vec{b}\right|=10$

(D) $\left|\vec{a}\right|\cos\theta=2\cdot\cos\dfrac{\pi}{3}=1$

23. $\overrightarrow{AB}=(2-a,a+1)$ ， $\overrightarrow{CD}=(1,2)$

$\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 上正射影 $=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{CD}\right|^2}\cdot\overrightarrow{CD}$

$=\dfrac{a+4}{5}(1,2)=(\dfrac{a+4}{5},\dfrac{2a+8}{5})=(b,5)$

$\therefore a=\dfrac{17}{2}$ 、 $b=\dfrac{5}{2}$ ， $a-b=\dfrac{17}{2}-\dfrac{5}{2}=6$

24. $r=d$ (圓心,切線) $=\left|\dfrac{3\times 5+4\times 2-3}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|=\dfrac{20}{5}=4$

25. $3x+4y+5=0$ 平行於 $6x+8y+3=0$

$3x+4y+5=0\Rightarrow 6x+8y+10=0$

梯形的高爲兩平行邊的距離

$d=\left|\dfrac{10-3}{\sqrt{6^2+8^2}}\right|=\dfrac{7}{10}$