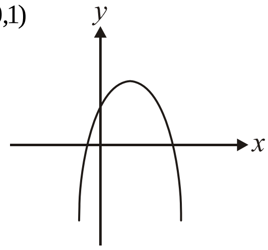
九十八學年四技二專第二次聯合模擬考試
共同考科　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 98-2-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	C	C	D	D	A	D	A	B	D	B	B	A	B	B	A	C	D	C	C	B	D	A

1. 重心 $G(\frac{-2+7+4}{3},\frac{3+1+2}{3})=G(3,2)$
$\therefore \overline{AG}=\sqrt{5^2+(-1)^2}=\sqrt{26}$

2. $f(x)=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$
(A) 頂點坐標爲 $(1,3)$
(B) $f(0)=1$，$\therefore$交 y 軸於點 $(0,1)$
(C) 令 $-2x^2+4x+1=0$
判別式 $D=4^2-4\cdot(-2)\cdot 1>0$
$\therefore$與 x 軸交於二點
(D) 如右圖



3. $\because 90^\circ<\theta<180^\circ$，$\sin\theta=\frac{4}{5}$
$\therefore \cos\theta=\frac{-3}{5}$，故 $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{-24}{25}$

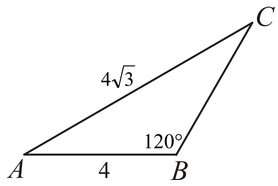
4. $3\sin\theta=2+2\cos\theta$
平方 $\Rightarrow 9\sin^2\theta=4+8\cos\theta+4\cos^2\theta$
$9(1-\cos^2\theta)=4+8\cos\theta+4\cos^2\theta$
$13\cos^2\theta+8\cos\theta-5=0$，$(13\cos\theta-5)(\cos\theta+1)=0$
$\therefore \cos\theta=\frac{5}{13}$ 或 -1，因此所有值的和 $=-\frac{8}{13}$

5. (1) $f(x)$ 之週期 $=\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$
(2) $\because -1\le\sin\frac{x}{2}\le 1$，$-1\le 2\sin\frac{x}{2}+1\le 3$
$\therefore -1\le f(x)\le 3$
故 $f(x)$ 的最大值 $=3$，最小值 $=-1$

6. (1) ΔDBC 中，設 $\overline{BC}=4k$，$\overline{DC}=3k$，則 $\overline{DB}=5k$
(2) ΔDAB 中，$\angle DAB=\angle BDA=\theta$
$\therefore \overline{AB}=\overline{DB}=5k$，故 $\tan\theta=\frac{\overline{DC}}{\overline{AC}}=\frac{3k}{9k}=\frac{1}{3}$

7. (A) $\cos 210^\circ=-\cos 30^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(B) $\tan 150^\circ=-\tan 30^\circ=-\frac{1}{\sqrt{3}}$
(C) $\cot(-300^\circ)=\cot 60^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$
(D) $\csc 300^\circ=-\csc 60^\circ=-\frac{2}{\sqrt{3}}$

8. (1) 由正弦定理知 $\frac{4}{\sin C}=\frac{4\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}$
$\therefore \angle C=30^\circ$
(2) $\angle A=180^\circ-30^\circ-120^\circ=30^\circ$
$\therefore \Delta ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\times\sin 30^\circ=4\sqrt{3}$



9. 設 $\overline{AD}=x$，在 ΔABC 與 ΔABD 中
$\because \cos\angle ABC=\cos\angle ABD$
$\therefore \frac{5^2+7^2-3^2}{2\times 5\times 7}=\frac{7^2+7^2-x^2}{2\times 7\times 7}$
故 $\overline{AD}=x=\sqrt{7}$

10. $\overrightarrow{AB}=(-6,4)$、$\overrightarrow{BC}=(a+1,-10)$
$\because \overrightarrow{AB}//\overrightarrow{BC}$，$\therefore \frac{-6}{a+1}=\frac{4}{-10}\Rightarrow a=14$

11. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-|\overrightarrow{BA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cdot\cos B$
$=-3\times 5\times\frac{3^2+5^2-7^2}{2\times 3\times 5}=\frac{15}{2}$

12. $\vec{c}=t(3,-4)+(1,2)=(3t+1,-4t+2)$
$|\vec{c}|=\sqrt{(3t+1)^2+(-4t+2)^2}$
$=\sqrt{25t^2-10t+5}=\sqrt{25(t-\frac{1}{5})^2+4}$
$\therefore$當 $t=\frac{1}{5}$ 時，$|\vec{c}|$ 有最小値 $=\sqrt{4}=2$

13. $4x^4+5x^2+3x-2=(2x-1)(2x^3+x^2+3x+3)+1$
$\therefore a=2$、$b=1$、$c=3$、$d=3$、$e=1$

14. $2x^3-x^2-5x+3=0$，$(2x-3)(x^2+x-1)=0$
$\therefore$有理根 $x=\frac{3}{2}$

15. (1) $f(x)=(x-2)(x-3)\cdot Q_1(x)+1$
$=(x+1)(x-1)\cdot Q_2(x)-3$
$\therefore f(3)=1$，$f(-1)=-3$
(2) 設 $f(x)=(x-3)(x+1)\cdot Q_3(x)+ax+b$
則 $f(3)=3a+b=1$，$f(-1)=-a+b=-3$
$\therefore a=1$，$b=-2$，故餘式 $=x-2$

16. (1) $(x-\frac{1}{x})^2=(x+\frac{1}{x})^2-4=9-4=5$
$\because 0<x<1$，$\therefore x-\frac{1}{x}=-\sqrt{5}$
(2) $x^3-\frac{1}{x^3}=(x-\frac{1}{x})^3+3\cdot x\cdot\frac{1}{x}(x-\frac{1}{x})$

$=(-\sqrt{5})^3+3\cdot 1\cdot(-\sqrt{5})=-8\sqrt{5}$

17. 原式 $=(-2)\times\sqrt{2}i\times\sqrt{8}i=(-2)\times(-4)=8$

18. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})$

$(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)^{10}=\cos(-\frac{10\pi}{3})+i\sin(-\frac{10\pi}{3})$

$=\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

19. 設實根爲 α，將 α 代回方程式

得 $3\alpha^2+(a+i)\alpha+2i-6=0$

$(3\alpha^2+a\alpha-6)+(\alpha+2)i=0$

$\therefore\begin{cases}3\alpha^2+a\alpha-6=0\\ \alpha+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=-2\\ a=3\end{cases}$

20. $x=\log_3 2\Leftrightarrow 3^x=2$

$3^x+9^{-x}=3^x+(3^x)^{-2}=2+\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$

21. (A) 底數應大於 0 且不等於 1

(B) 眞數應大於 0

(D) $\log_5 3+\log_5 4=\log_5(3\times 4)$

22. (A) $(\frac{1}{2})^4=(2^{-1})^4=2^{-4}$

(B) $8^{-1}=(2^3)^{-1}=2^{-3}$

(C) $(\frac{1}{4})^{\frac{5}{2}}=(2^{-2})^{\frac{5}{2}}=2^{-5}$

(D) $(\frac{1}{16})^{\frac{1}{2}}=(2^{-4})^{\frac{1}{2}}=2^{-2}$

23. (1) $\log 2=0.3010$，$\therefore\log 5=1-\log 2=0.6990$

(2) $(\frac{5}{4})^n<100$，取對數 $\log(\frac{5}{4})^n<\log 100$

$n\cdot(\log 5-\log 4)<2$，$n<\frac{2}{0.0970}$

$\therefore n<20.6$，故 n 最大值 $=20$

24. $S_n=\frac{n}{2}[40+(n-1)\cdot(-2)]=108$

$n^2-21n+108=0$，$(n-9)(n-12)=0$

$\therefore n=9$ 或 12，故 n 最多可爲 12

25. 原式 $=(1+\frac{1}{8}+\frac{1}{64}+\cdots)-(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{128}+\cdots)$

$-(\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{256}+\cdots)=\frac{1}{1-\frac{1}{8}}-\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{8}}-\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{8}}=\frac{2}{7}$