

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類。

1. 如果函數 $y = f(x) = x^2 + bx + c$ ，對任意實數 t 都有 $f(3+t) = f(3-t)$ ，則下列何者正確？

(A) $f(0) < f(2) < f(3)$	(B) $f(2) < f(0) < f(3)$
(C) $f(2) < f(3) < f(0)$	(D) $f(3) < f(2) < f(0)$

2. 已知 $\cos 560^\circ = k$ ，則以 k 表示 $\sin 860^\circ$ 為何？

(A) $k\sqrt{1-k^2}$	(B) $-k\sqrt{1-k^2}$
(C) $2k\sqrt{1-k^2}$	(D) $-2k\sqrt{1-k^2}$

3. 設 $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$ 為 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 之二根，則 $\sin^2(\alpha + \beta) = ?$

(A) $\frac{3}{10}$	(B) $\frac{9}{10}$	(C) $\frac{1}{2}$	(D) $\frac{9}{25}$
--------------------	--------------------	-------------------	--------------------

4. 關於函數 $y = f(x) = 3\cos(2x + \frac{\pi}{4})$ 的敘述，下列何者正確？

(A) 週期為 2π	(B) $f(x + \pi) = -f(x)$
(C) y 的最大值和最小值的和為 0	(D) $f(\frac{\pi}{2}) + f(-\frac{\pi}{2}) = 0$

5. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 1 + \sqrt{3}$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，下列何者正確？

(A) $\overline{BC} = 2$	(B) $\angle B = 105^\circ$
(C) $\angle C = 75^\circ$	(D) $\triangle ABC$ 面積為 $(1 + \sqrt{3})$ 平方單位

6. 有兩棟建築物，已知甲建築物比乙建築物高；今在乙建築物的樓頂，分別測得對甲建築物樓頂的仰角為 60° ，對甲建築物樓底的俯角為 30° 。若乙建築物高為 10 公尺，則甲建築物高為

(A) 40 公尺	(B) $40\sqrt{3}$ 公尺
(C) $30 + 10\sqrt{3}$ 公尺	(D) 30 公尺

7. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 7$ 、 $\overline{CA} = 5$ ，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = ?$

(A) -30	(B) 30	(C) 15	(D) -60
---------	--------	--------	---------

8. \vec{a} 、 \vec{b} 表二向量，已知 $\vec{a} = (7, 1)$ 、 $\vec{b} = (-4, 3)$ ，則 \vec{a} 在 \vec{b} 上之正射影長為何？

(A) 1	(B) $\frac{1}{5}$	(C) 5	(D) 25
-------	-------------------	-------	--------

9. 已知一多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，若 $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 所得之餘式為 3，且 $f(x)$ 除以 $(x^2 + 1)$ 所得之餘式為 $(x+2)$ ，則下列何者正確？

(A) $a = 1$	(B) $b = c$	(C) $f(-1) = 1$	(D) $f(0) = 1$
-------------	-------------	-----------------	----------------

10. 已知 α 、 β 為方程式 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 的二根，求 $\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = ?$

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) -3 (D) 3

11. 已知 A 點的極坐標為 $(1, \frac{\pi}{4})$ ， B 點的極坐標為 $(3, -\frac{5}{12}\pi)$ ，則 $\overline{AB} = ?$

- (A) 13 (B) $\sqrt{13}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) 7

12. 已知 w 為一複數，若 $\frac{w-1}{w} = 1+i$ ，則 $|w-1| = ?$ (其中 $i = \sqrt{-1}$)

- (A) $\sqrt{2}-1$ (B) $\sqrt{2}+1$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

13. 滿足方程式 $x^2 = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的實數解有幾個？

- (A) 0 個 (B) 1 個 (C) 2 個 (D) 3 個

14. 已知(a) : $\sqrt{2} - \sqrt[3]{2}$ (b) : $(\log_3 2) - 1$ (c) : $(\log_2 3) - 1$ (d) : $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ (e) : $\log_{\frac{1}{2}} 3$

請問(a)~(e)中共有幾個數是正數？

- (A) 4 個 (B) 3 個 (C) 2 個 (D) 1 個

15. $8^{\frac{2}{3}} + 9^{\log_3 2} + \log_3 27 - \log_4 \sqrt{2} = ?$

- (A) 7 (B) 5 (C) $\frac{13}{4}$ (D) $\frac{15}{2}$

16. 數列 $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ ，依此規則，請問第 99 項是多少？

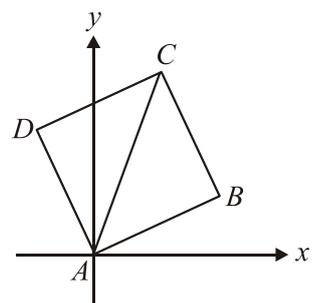
- (A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{8}{7}$ (C) $\frac{6}{9}$ (D) $\frac{9}{6}$

17. 求 $\sum_{k=0}^{\infty} (\frac{3^k + 1}{5^k}) = ?$

- (A) $\frac{7}{4}$ (B) 2 (C) $\frac{15}{4}$ (D) $\frac{13}{4}$

18. 如圖(一)，坐標平面上 $ABCD$ 為一正方形，其中對角線 \overline{AC} 的斜率為 3，則 \overline{AB} 的斜率為何？

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{2}{3}$
(C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$



圖(一)

19. 若二直線 $L_1 : x + 2 = 0$ 和 $L_2 : x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ 所夾之銳角為 θ ，則 $\cos 2\theta$ 之值為何？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

20. 直角坐標平面上，已知 $A(1,1)$ ， $B(3,4)$ ，若 $P(m,n)$ 為 y 軸上的一點且使得 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 之值為最小，如果令 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 之最小值為 k ，則 $m + 4n + k$ 之值為何？

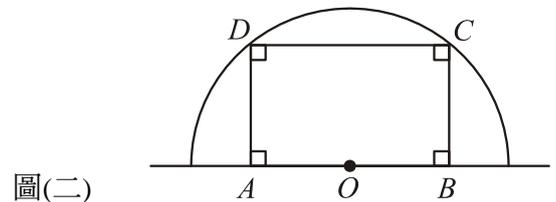
- (A) $2 + 3\sqrt{2}$ (B) 10 (C) 12 (D) $12 + \sqrt{3}$

21. 求聯立不等式 $\begin{cases} y \geq |x| + 1 \\ y \leq 4 \end{cases}$ 的圖形所圍之區域面積為多少？

- (A) 9 平方單位 (B) 12 平方單位
(C) 16 平方單位 (D) 18 平方單位

22. 已知一半徑為 4 公分的半圓有一內接矩形 $ABCD$ ，如圖(二)所示，試求此矩形 $ABCD$ 面積的最大值為何？

- (A) 32 平方公分
(B) $32\sqrt{3}$ 平方公分
(C) 16 平方公分
(D) $16\sqrt{3}$ 平方公分



23. 已知圓方程式 $2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y + 8 = 0$ ，若圓心坐標為 (h,k) ，半徑為 r ，則 $h + k + r$ 之值為何？

- (A) 8 (B) 4 (C) 3 (D) 2

24. $P(m,n)$ 為拋物線 $y^2 - x = 0$ 上的一動點，已知一直線 L 的方程式為 $x + 2y + 6 = 0$ ，若點 $P(m,n)$ 和直線 L 的最短距離為 k ，則 $k^2 + m^2 - n^2$ 之值為何？

- (A) 27 (B) 25 (C) 7 (D) 5

25. 已知 $P(3, \frac{5}{6}\sqrt{37})$ 為雙曲線 $\frac{y^2}{25} - \frac{(x-1)^2}{144} = 1$ 上一點，若 Q_1 、 Q_2 為此雙曲線的二個焦點，求 $|\overline{PQ_1} - \overline{PQ_2}| = ?$

- (A) 5 (B) 10 (C) 12 (D) 24