103 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 103-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	A	D	A	D	B	C	B	B	D	C	C	A	A	D	B	C	B	D	A	C	B	D

1. $\because a>0$ 且 $b<0$

   $\therefore \frac{a}{b}<0$ 且 $a-b>0$

   $\Rightarrow \therefore (\frac{a}{b}, a-b)$ 在第二象限

2. $(2,3)$ 、$(6,7)$ 的中點為 $(4,5)$

   所求直線方程式為 $y=\frac{5-0}{4-2}(x-2)$

   $\Rightarrow 5x-2y-10=0$

3. $\overline{AB}=\sqrt{[4-(-2)]^2+[(-5)-3]^2}=10$

   半徑 $r=5$，$\therefore$圓面積 $=25\pi$

4. 由截距式知直線方程式為 $\frac{x}{-5}+\frac{y}{7}=1$

   $\therefore a-b=(-5)-7=-12$

5. $\because L_1 // L_2 (L_1 \neq L_2)$，$\therefore \frac{1}{a}=\frac{a}{4}\neq\frac{-3}{6}$

   $\therefore \begin{cases} \frac{1}{a}=\frac{a}{4} \\ \frac{a}{4}\neq\frac{-3}{6} \end{cases} \Rightarrow a=2$

6. 由正弦定理 $\frac{\overline{AC}}{\sin B}=\frac{\overline{AB}}{\sin C}$，$\frac{1}{\sin 60^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sin C}$

   $\Rightarrow \sin C=\frac{1}{2}$，$\therefore \angle C=30^\circ$ 或 150°

   但 $\angle B=60^\circ$，$\therefore \angle C=30^\circ$

7. 原式 $=\sin[(105^\circ+\theta)+(45^\circ-\theta)]=\sin 150^\circ=\frac{1}{2}$

8. 原式 $=(\sin^2 1^\circ+\sin^2 89^\circ)+(\sin^2 2^\circ+\sin^2 88^\circ)$

   $+\cdots+(\sin^2 44^\circ+\sin^2 46^\circ)+\sin^2 45^\circ+\sin^2 90^\circ$

   $=(\sin^2 1^\circ+\cos^2 1^\circ)+(\sin^2 2^\circ+\cos^2 2^\circ)$

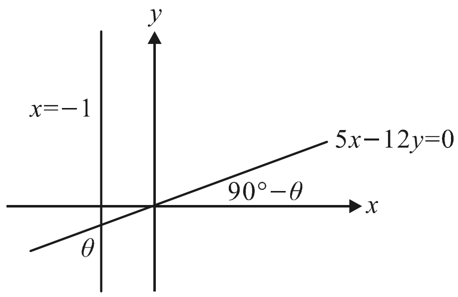
   $+\cdots+(\sin^2 44^\circ+\cos^2 44^\circ)+(\frac{1}{\sqrt{2}})^2+1^2=45\frac{1}{2}=45.5$

9. $f(x)=(\sin x+\cos x)(\sin x-\cos x)$

   $=\sin^2 x-\cos^2 x=-\cos 2x$

   $\therefore$最小值為 -1

10. $\tan(90^\circ-\theta)=\frac{5}{12} \Rightarrow \cos\theta=\frac{5}{13}$



11. 由內積的定義知 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的值最大

12. 設 $D(x,y)$，$\because \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

    $\Rightarrow (-4,2)=(x-5, y-12)$，$\therefore D(1,14)$

13. $\overline{AB}=|\overrightarrow{AB}|=3$，$|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}|=\overline{AC}=5$

    且 $\angle ABC=90^\circ$，$\therefore |\overrightarrow{BC}|=\overline{BC}=4$

14. $\vec{a}\perp\vec{b} \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0 \Rightarrow m=2$

    $\vec{a}//\vec{c} \Rightarrow \frac{2}{n}=\frac{3}{9} \Rightarrow n=6$

    $\therefore m+n=2+6=8$

15. (A) $\frac{f(128)-f(246)}{246-128}=-168$

16. $\because y=-x+k \Rightarrow$ 斜率 $=-1$，y 截距為 k

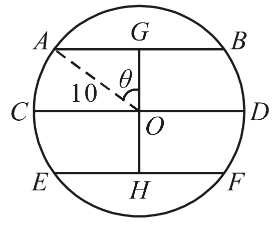
    $\therefore$過 A 點 y 截距最大，$\therefore$選(A)

17. $\sin 178^\circ=\sin 2^\circ$，$\sin(-183^\circ)=\sin 177^\circ=\sin 3^\circ$

    $\sin(1084^\circ)=\sin 4^\circ$，$\sin(-719^\circ)=\sin 1^\circ$

    $\therefore \sin(-719^\circ)$ 最小

18. 如右圖



    設 $\angle AOG=\theta$

    $\overline{AB}=\overline{EF}=20\sin\theta$

    $\overline{GH}=20\cos\theta$

    $\therefore \overline{AB}+\overline{CD}+\overline{EF}+\overline{GH}$

    $=40\sin\theta+20\cos\theta+20$

    $\therefore$最大值為 $\sqrt{40^2+20^2}+20=20\sqrt{5}+20$

19. $\frac{|4x+3y+5|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|6x-8y+7|}{\sqrt{6^2+(-8)^2}}$

    $\frac{4x+3y+5}{5}=\pm\frac{6x-8y+7}{10}$

    取＋：$2x+14y+3=0$，斜率 $=-\frac{1}{7}$

    取－：$14x-2y+17=0$，斜率 $=7$

    $\therefore m_1=7$，$m_2=-\frac{1}{7}$

20. 所求 $=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=\dfrac{(1,2)\cdot(-3,4)}{\sqrt{(-3)^2+4^2}}=1$

21. (1) 過原點 $(0,0)\Rightarrow$ 設 $y=mx\Rightarrow(-5,4)$

代入得 $m=-\dfrac{4}{5}\Rightarrow y=-\dfrac{4}{5}x\Rightarrow 4x+5y=0$

(2) 不過原點，設 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}=1$，$(-5,4)$ 代入得 $a=-1$

$\therefore x+y=-1$

(3) 不過原點，設 $\dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{a}=1$，$(-5,4)$ 代入得 $a=-9$

$\therefore x-y=-9$

22. 設 $C(x,0)$，則

① $\overline{AB}=\overline{AC}\Rightarrow\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{(x-2)^2+4^2}\Rightarrow$ 不合

② $\overline{BA}=\overline{BC}\Rightarrow\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{(4-x)^2+6^2}\Rightarrow$ 不合

③ $\overline{CA}=\overline{CB}\Rightarrow\sqrt{(x-2)^2+4^2}=\sqrt{(x-4)^2+6^2}\Rightarrow x=8$

$\therefore C(8,0)$

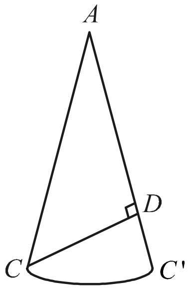
23. (1) P 為 ΔABC 重心 $\Rightarrow P(3,1)$

(2) $ABCP$ 為平行四邊形 $\Rightarrow P(5,-5)$

(3) $ABPC$ 為平行四邊形 $\Rightarrow P(3,13)$

(4) $APBC$ 為平行四邊形 $\Rightarrow P(1,-5)$

24. 將圖形攤開如右圖



$\overset{\frown}{CC'}=6\pi$

$\therefore \angle A=\dfrac{6\pi}{36}=\dfrac{\pi}{6}$

當 $\overline{CD}$ 垂直 $\overline{AC'}$ 時，$\overline{CD}$ 為最短

$\therefore$最短距離 $\overline{CD}=\overline{AC}\sin A$

$=36\times\sin\dfrac{\pi}{6}=18$

25. $(1,\sqrt{3})=2(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2})=2(\cos 60^\circ,\sin 60^\circ)$

$\therefore(1,\sqrt{3})$ 的方向角為 60°

$\therefore$所求向量之方向角為 30°或 90°

$\therefore(\alpha,\beta)=2(\cos 30^\circ,\sin 30^\circ)$ 或 $2(\cos 90^\circ,\sin 90^\circ)$

$\therefore(\alpha,\beta)=(\sqrt{3},1)$ 或 $(0,2)$