# 103 學年度四技二專第三次聯合模擬考試
# 共同科目　數學(C)卷　詳解

**數學(C)卷** 103-3-C

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | B | C | D | A | C | A | A | B | A | B | C | C | A | D | C | C | B | D | B | D | B | D | A | A |

1. $\sqrt{4+\sqrt{12}}-\sqrt{4-\sqrt{12}}=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}$
$=(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}-1)=2$

2. 所求 $=\begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 1-\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1+\frac{\sqrt{3}}{2} & 3 \end{vmatrix}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

3. $\because x+1+\frac{1}{x+1}\geq 2\sqrt{(x+1)(\frac{1}{x+1})}=2$
$\therefore x+2+\frac{1}{x+1}\geq 3$
$\therefore x+2+\frac{1}{x+1}$ 之最小值爲 3

4. 由題意知
$x^2-2x+(k+2)>0$ 恆成立
$\Rightarrow$ 判別式 $(-2)^2-4(k+2)<0$
$\Rightarrow k>-1$

5. 設 $L$：$2x-3y=k$ ，令 $x=0$ 得 $y=-\frac{k}{3}$
令 $y=0$ 得 $x=\frac{k}{2}$，由已知 $(-\frac{k}{3})+\frac{k}{2}=1\Rightarrow k=6$
$\therefore L$：$2x-3y=6$ 會過點 $(3,0)$

6. 同乘 $(x-1)(x+2)^2$
得 $3x^2-x+1=A(x+2)^2+B(x-1)(x+2)+C(x-1)$
令 $x=-2$ 代入得 $15=-3C$ ，$\therefore C=-5$
令 $x=1$ 代入得 $3=9A$，$\therefore A=\frac{1}{3}$
比較 $x^2$ 項係數可得 $3=A+B$ ，$\therefore B=\frac{8}{3}$
$\therefore A+B-C=\frac{1}{3}+\frac{8}{3}-(-5)=8$

7. 設 $f(x)=(x-2)^2\theta(x)+(x+1)$ ，則
$[f(x)]^2=(x-2)^4[\theta(x)]^2+2(x-2)^2(x+1)\theta(x)+(x+1)^2$
$x=2$ 代入上式得餘式爲 9

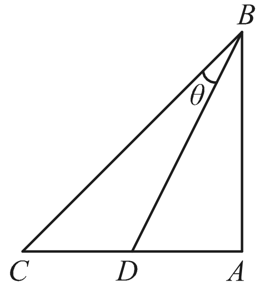
8. $2^{2x+2}=9\cdot 2^x-2\Rightarrow(2^x)^2\cdot 2^2=9\cdot 2^x-2$
令 $2^x=A$ 得 $4A^2-9A+2=0\Rightarrow(A-2)(4A-1)=0$
$\Rightarrow A=2$ 、$\frac{1}{4}$，$\therefore 2^x=2$ 或 $\frac{1}{4}$，$x=1$ 或 $-2$
$\therefore \alpha+\beta=1+(-2)=-1$

9. 由圖形知 $f(1)=a+\log_b 1=a>0$ ，且
$\because$ 圖形爲遞增函數，$\therefore b>1$

10. $\log_{10}x=-2.01\Rightarrow\log_{10}100x=\log_{10}100+\log_{10}x$
$=2+(-2.01)=-0.01=-1+0.99$
$\therefore$ 首數爲 $-1$

11. 令 $A(\alpha,0)$ 、$B(\beta,0)$
則 $\alpha$ 、$\beta$ 爲 $x^2-3x-k=0$ 之兩根
$\therefore \alpha+\beta=3$，$\alpha\beta=-k$ ，且已知 $|\alpha-\beta|=2$
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\Rightarrow 4=9+4k\Rightarrow k=-\frac{5}{4}$

12. 令 $\overline{CD}=\overline{DA}=k$ ，則 $\overline{BD}=\sqrt{5}k$ ，$\overline{BC}=2\sqrt{2}k$
(其中 $k>0$)，在 $\Delta BCD$ 中，由餘弦定理知
$\cos\theta=\frac{(2\sqrt{2}k)^2+(\sqrt{5}k)^2-(k)^2}{2\times(2\sqrt{2}k)\times(\sqrt{5}k)}=\frac{3}{\sqrt{10}}$
$\therefore \cos 2\theta=2\times(\frac{3}{\sqrt{10}})^2-1=\frac{4}{5}$




13. $f(x)=-2\cos^2 x+1$，$\because 0°\leq x\leq 120°$
$\therefore -\frac{1}{2}\leq\cos x\leq 1$
當 $\cos x=0$ 時，$f(x)$ 有最大値 $M=1$
當 $\cos x=1$ 時，$f(x)$ 有最小値 $m=(-2)\times 1+1=-1$
$\therefore M+2m=1+(-2)=-1$

14. $\because \overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ，$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
且 $\because \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$ ，$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$
$\therefore \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=(\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB})\cdot(\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB})$
$=\frac{2}{9}|\overrightarrow{AC}|^2+\frac{5}{9}(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})+\frac{2}{9}|\overrightarrow{AB}|^2$
$=\frac{2}{9}\times 36+0+\frac{2}{9}\times 81=26$

15. $\because x^3+ax^2+bx+c=0$ 爲實係數方程式
$\therefore$ 三根爲 $-1$ 、$1+i$ 及 $1-i$
以此三根可得方程式 $(x+1)[x-(1+i)][x-(1-i)]=0$
$\Rightarrow(x+1)(x^2-2x+2)=0\Rightarrow x^3-x^2+2=0$

$\therefore a=-1$、$b=0$、$c=2$，$\therefore a+b+c=1$

16. $(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i})^6=\left[\frac{\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})}{2(\cos(-\frac{\pi}{6})+i\sin(-\frac{\pi}{6}))}\right]^6$

$=\left[\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\frac{5}{12}\pi+i\sin\frac{5}{12}\pi)\right]^6$

$=\frac{1}{8}(\cos\frac{5}{2}\pi+i\sin\frac{5}{2}\pi)=\frac{1}{8}(0+i)=\frac{1}{8}i$

17. $W=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}=\cos 60°+i\sin 60° \Rightarrow W^6=1$

$W^{19}+\frac{1}{W^{19}}=W+\frac{1}{W}=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}+\frac{1-\sqrt{3}i}{2}=1$

18. $20\div 800=\frac{1}{40}=2.5\%$

$\because$超過 82 分的同學占全部的 2.5%

$\therefore \mu+2\sigma=82 \Rightarrow 76+2\sigma=82 \Rightarrow \sigma=3$

19. $\because \mu=54\times 1.5+6=87$，$\sigma=16\times 1.5=24$

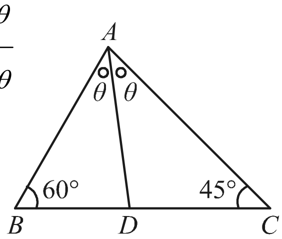
$\therefore (\mu,\sigma)=(87,24)$

20. $\frac{C_2^6+C_2^4}{C_2^{10}}=\frac{15+6}{45}=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$

21. $\because \tan\theta=\frac{4}{3}$ 且 $\sin\theta<0$，$\therefore \sin\theta=-\frac{4}{5}$，$\cos\theta=-\frac{3}{5}$

$\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=-\frac{1}{2}$

22. $\because \frac{\Delta ABD}{\Delta ACD}=\frac{\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AD}\times\sin\theta}{\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AD}\times\sin\theta}$




$=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\sin 45°}{\sin 60°}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

且已知 $\Delta ABD=\sqrt{6}$

$\therefore \frac{\sqrt{6}}{\Delta ACD}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$\therefore \Delta ACD=3$

23. $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k=n^2+3n$

$\because a_n=S_n-S_{n-1}=(n^2+3n)-[(n-1)^2+3(n-1)]$

$=n^2+3n-[n^2-2n+1+3n-3]$

$=n^2+3n-(n^2+n-2)=2n+2$

$\therefore$數列 $\langle a_n\rangle$ 為公差 $=2$ 的等差數列

$\therefore a_8+a_{10}=2a_9$

24. $(2x^2-\frac{a}{x})^8$ 展開式中的第 $(r+1)$ 項為

$C_r^8(2x^2)^{8-r}(-\frac{a}{x})^r=C_r^8 2^{8-r}\cdot x^{16-2r}\cdot(-a)^r\cdot x^{-r}$

$=C_r^8 2^{8-r}\cdot(-a)^r\cdot x^{16-3r}$

$\because$所求為 $x$ 項係數，$\therefore 16-3r=1\Rightarrow r=5$

其 $x$ 項係數為 $C_5^8\cdot 2^3\cdot(-a)^5=14$

$\Rightarrow \frac{8!}{5!3!}\times 8\times(-a)^5=14\Rightarrow(-a)^5=\frac{1}{32}$，$\therefore a=-\frac{1}{2}$

25. $\wedge\, b \wedge\, b \wedge\, c \wedge\, c \wedge$

$\frac{4!}{2!2!}\times C_3^5=6\times 10=60$