

104 學年度四技二專第五次聯合模擬考試 共同科目 數學(C)卷 詳解

數學(C)卷

104-5-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	C	A	D	A	C	A	D	B	B	C	C	D	D	B	D	A	C	A	D	C	B	B	A

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$
 $f(x) = \frac{4x+2}{x+2} \Rightarrow f'(x) = \frac{4(x+2)-(4x+2) \times 1}{(x+2)^2}$
 \therefore 所求 $= f'(1) = \frac{4 \times 3 - 6 \times 1}{3^2} = \frac{2}{3}$

2. 依 68-95-99.7 法則

分數在 $74 = 70 + 4$ 分以上約有 $\frac{1-68\%}{2} = 16\%$ 的人

分數在 $78 = 70 + 2 \times 4$ 分以上約有 $\frac{1-95\%}{2} = 2.5\%$ 的人

故 74~78 分間，約有 13.5% 的人

\therefore 約有 $800 \times 13.5\% = 108$ 人

3. $\because \vec{a} \perp \vec{c}, \therefore \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$

由 $\vec{a} \cdot (3\vec{b} - 2\vec{c}) = 12$

$\Rightarrow 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{a} \cdot \vec{c} = 12$

$\Rightarrow 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 2 \times 0 = 12$

$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 4$

4. 所求 $= \begin{vmatrix} a+1 & 1 & 4 \\ b+0 & 2 & 5 \\ c+2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 1 & 4 \\ b & 2 & 5 \\ c & 3 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 6 \end{vmatrix}$
 $= 10 + (-9) = 1$

5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1) = 0^2 + 1 = 1$

中獎 中獎 中獎

6. 所求機率 $= \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} + \dots$

再抽1次 再抽1次 再抽1次

$= \frac{3}{6} \times [1 + \frac{1}{6} + (\frac{1}{6})^2 + \dots] = \frac{3}{6} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{3}{5}$

7. 由圖形可得 $\tan \theta = \frac{2}{3}$

所求 $\tan \angle ABC = \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{1 - (\frac{2}{3})^2} = \frac{12}{5}$

8. $\because 0 \leq x < 2\pi, \therefore -1 \leq \sin x \leq 1$

故當 $\sin x = 1$ 時， $f(x)$ 有最小值 $(1-2)^2 + 3 = 4$

9. $\Gamma: x = y^2 - 2y + 5 = (y-1)^2 + 4$

經向右平移 2 單位、向下平移 1 單位後

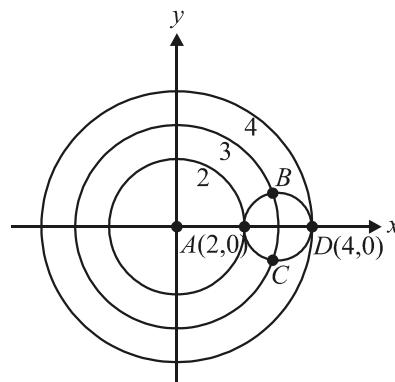
得 $\Gamma': x - 2 = (y + 1 - 1)^2 + 4$

$\Rightarrow x - 2 = y^2 + 4 \Rightarrow x = y^2 + 6$

10. $3^x = 5^y$ ，則 $3^{\frac{x}{y}} = 5$ ， $\therefore \frac{x}{y} = \log_3 5$

11. 所求 $= 102 + 105 + 108 + \dots + 399$
 $= 3 \times 34 + 3 \times 35 + 3 \times 36 + \dots + 3 \times 133$
 $= \frac{102 + 399}{2} \times 100 = 25050$

12.



如圖，以原點 $(0, 0)$ 為圓心

以半徑 2 畫圓，得 $A(2, 0)$ 與原點距離 2

以半徑 3 畫圓，得 B 、 C 與原點距離 3

以半徑 4 畫圓，得 $D(4, 0)$ 與原點距離 4，故共 4 點

13. 由除法原理，得 $f(x) = (x-1) \cdot Q(x) + 3$

由餘式定理，得 $f(2) = (2-1) \cdot Q(2) + 3 = 7$

$\therefore Q(2) = 4$

14. ω 為 $x^2 + x + 1 = 0$ 的虛根

可得： $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 、 $\omega^3 = 1$

$\therefore \sum_{k=1}^{10} (\omega^2)^k = \omega^2 + \omega^4 + \omega^6 + \dots + \omega^{20}$

$= (\omega^2 + \omega + 1) + (\omega^2 + \omega + 1) + (\omega^2 + \omega + 1) + \omega^2 = \omega^2$

15. 此盒中有 9 個好的燈泡，3 個壞的燈泡

銷毀情形為抽到 2 好 2 壞、1 好 3 壞

所求 $= \frac{C_2^9 \times C_2^3 + C_1^9 \times C_3^3}{C_4^{12}} = \frac{13}{55}$

16. 由綜合除法

$$\begin{array}{r|l} & 16-10+5+6+0 \\ & + 8-1+2+4 \\ \hline 2) & 16-2+4+8+4 \\ & 8-1+2+4 \\ \hline \end{array} \left| \frac{1}{2} \right.$$

得 $Q(x) = 8x^3 - x^2 + 2x + 4$

$r = 4$ ，故選(B)

17. 將 5 名男生分別排在 5 天，5 名女生分別排在 5 天
由乘法原理得 $5! \times 5! = 120 \times 120 = 14400$

18. 由題意知 C 在 Γ 上， $\overline{CF} = 1$

$$\overline{CE} = \sqrt{\overline{CF}^2 + \overline{EF}^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{所求貫軸長} = 2a = \overline{CE} - \overline{CF} = \sqrt{5} - 1$$

19. 設圓 C_1 、 C_2 的半徑分別為 R_1 、 R_2

由正弦定理

$$2R_1 = \frac{\overline{AB}}{\sin(\angle ADB)} = \frac{\overline{AB}}{\sin 30^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow R_1 = \frac{\overline{AB}}{2}$$

$$2R_2 = \frac{\overline{AB}}{\sin(\angle AEB)} = \frac{\overline{AB}}{\sin 60^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R_2 = \frac{\overline{AB}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore R_1 : R_2 = 1 : \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} : 1$$

20. 由題意， L 為 \overline{AB} 的垂直平分線

$$\therefore \overline{AB} \text{ 的斜率為 } \frac{(-6) - 4}{3 - 1} = -5$$

$$\therefore L \text{ 的斜率為 } \frac{1}{5}$$

且 L 過 \overline{AB} 中點 $(2, -1)$

$$\text{由點斜式，} L : y + 1 = \frac{1}{5}(x - 2) \Rightarrow x - 5y = 7$$

21. $\log_4(3x + 4) = \log_2 x = \log_4 x^2$

$$\Rightarrow 3x + 4 = x^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ 或 } -1$$

但 $x = -1$ 代入，使得真數 $x < 0$ ，不合

$$\therefore x = 4, \text{ 即所求} = 4$$

22. 由圖形可知

應有 2 條直線斜率為正，1 條直線斜率為負

設 L_1 、 L_2 斜率為 m_1 、 m_2 ，且 $m_1 > m_2 > 0$

則圖形在 L_1 右側、 L_2 左側

L_3 斜率為 m_3 ，且 $m_3 < 0$ ，圖形在 L_3 左側

故選(C)

23. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = -\vec{c}$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |-\vec{c}|^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$$

$$\Rightarrow 2^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 3^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{3}{2} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = 2 \times 3 \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{4}$$

24. $\frac{(\cos 9^\circ + i \sin 9^\circ)^8 \cdot (\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ)}{(\cos 6^\circ + i \sin 6^\circ)^2}$

$$= \frac{(\cos 72^\circ + i \sin 72^\circ) \cdot [\cos(-30^\circ) + i \sin(-30^\circ)]}{\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ}$$

$$= \cos[72^\circ + (-30^\circ) - 12^\circ] + i \sin[72^\circ + (-30^\circ) - 12^\circ]$$

$$= \cos 30^\circ + i \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

25. 令 $2x^2 + 1 = t \Rightarrow 4x \cdot dx = dt \Rightarrow x \cdot dx = \frac{1}{4} dt$

$$\text{則 } \int_0^1 x \cdot (2x^2 + 1)^3 dx = \int_1^3 t^3 \times \frac{1}{4} dt$$

$$= \int_1^3 \frac{1}{4} t^3 dt = \left(\frac{1}{16} t^4 \right) \Big|_1^3 = \frac{1}{16} \times 3^4 - \frac{1}{16} \times 1^4 = 5$$