

數 學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類。

1. 在 4 對夫妻中任選 4 人，若在已知選出 4 人中恰有一對夫妻的條件下，其餘 2 人都為女生的機率為何？

(A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{7}{48}$ (D) $\frac{1}{4}$
2. 已知袋中有 3 個黃球、4 個紅球及 1 個白球，今自袋中一次任取 3 球，則取得紅球個數之期望值為多少？

(A) $\frac{3}{2}$ 個 (B) $\frac{5}{7}$ 個 (C) $\frac{10}{7}$ 個 (D) $\frac{9}{8}$ 個
3. 設 $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $f(x)$ 在 $x=0$ 處連續 (B) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$
 (C) $\int_{-4}^{-1} f(x) dx = 3$ (D) $f'(4) = 0$
4. 試求 $\int_{-2}^1 |x^3 + 1| dx = ?$

(A) $\frac{19}{4}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) 7
5. 試求 $(3^{-1} - 3^0 + 3^{\log_3 2}) \cdot (4^{\frac{1}{2}} - \sqrt[4]{\frac{625}{81}}) = ?$

(A) 1 (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{7}{9}$ (D) $-\frac{14}{9}$
6. 若二次方程式 $x^2 + 16x + 9 = 0$ 之兩根為 α 、 β ，則下列敘述何者正確？

(A) $\alpha^2 + \beta^2 = 256$ (B) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{16}{9}$
 (C) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = -22$ (D) $-32\alpha - 2\alpha^2 = -18$
7. 若一等比數列前 10 項的和為 63，前 20 項的和為 84，則此數列第 31 到 40 項的和為多少？

(A) 21 (B) 12 (C) $\frac{28}{3}$ (D) $\frac{7}{3}$

8. 下列敘述中，何者數量最大？
- (A) 集合 $S = \{\emptyset, \{1, \{1, 2\}, \{1\}\}$ 的部分集合個數
- (B) $S = \{2x \mid 1 \leq x \leq 50, x \in N\}$ ， $T = \{3y \mid 1 \leq y \leq 33, y \in N\}$ ，求 $n(T - S)$
- (C) $x + 2y + 3z = 10$ 的非負整數解組數
- (D) 一次擲五個公正銅板(只計正反面的情形)，至少出現三個正面的樣本數
9. 試求 $\log_{27} \left(\sum_{k=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}} \right) = ?$
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 9 (D) 2
10. 已知 $i = \sqrt{-1}$ ，令 $z = a + bi$ ，滿足 $|z - 3 + 4i| = |z + 1 + 6i|$ 的 z 有無限多個，若將無限多個 z 畫在複數平面上，試求其圖形與兩坐標軸圍成區域之面積為何？
- (A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{25}{4}$ (D) $\frac{9}{4}$
11. 已知兩直線 $L_1: (6 - 2a)x + 3y = a^2 + 5$ 、 $L_2: (3a + 1)x + (7 - 4a)y = 5a + 1$ ，則下列敘述何者正確？
- (A) 若 $a \neq 1$ ，兩直線必有交點 (B) 若 $a = 1$ ，必有直線通過點 $(3, -2)$
- (C) 若 $a = 1$ ，必有圖形經過第三象限 (D) 若 $a = 1$ ，兩直線無交點
12. 已知平面上一點 $P(4, -2)$ 在雙曲線： $(2x + 3y + 4)(2x - 3y - 8) = k$ 上，且 A 、 B 兩點為此雙曲線的焦點，則 $|\overline{PA} - \overline{PB}| = ?$
- (A) 6 (B) 4 (C) $2\sqrt{13}$ (D) $2\sqrt{5}$
13. 若 $0 \leq \theta \leq \pi$ ，則 $f(\theta) = 2\cos 2\theta - 3\sin \theta + 5$ 之最大值為何？
- (A) $\frac{121}{16}$ (B) 0 (C) 7 (D) $\sqrt{13} + 5$
14. 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ，某點坐標 $(\cos \beta, \cot \beta) \in$ 第二象限， $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ， $\cos \beta = -\frac{2}{\sqrt{13}}$ ，求 $\sin(\alpha - \beta) = ?$
- (A) $\frac{46\sqrt{13}}{169}$ (B) $-\frac{2\sqrt{13}}{13}$ (C) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ (D) $-\frac{46\sqrt{13}}{169}$
15. 已知圓 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ ， O 點為圓心， $P(2, -2)$ 在圓外，若對圓 C 作兩切線，其切點為 A 、 B ，則下列敘述何者不正確？
- (A) 四邊形 $PAOB$ 外接圓直徑為 5
- (B) P 點到圓 C 之最近距離與最遠距離之乘積為 18
- (C) $\overline{AB} = \frac{24}{5}$
- (D) $\overline{PA} = 4$

16. 試求方程式 $\frac{8}{x^2-4} - \frac{x}{x-2} = 1$ 之所有根的和為多少？
 (A) 3 (B) -1 (C) -2 (D) -3
17. 試求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot (-1)^n + 3^n}{4^n} = ?$
 (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) $\frac{9}{4}$
18. 若已知 θ 為銳角，則下列敘述何者正確？
 (A) $\sin 71^\circ > \tan 71^\circ$ (B) $\cos(270^\circ - \theta) = -\cos \theta$
 (C) $\frac{\cos \theta}{\sin \theta + 1} + \frac{\sin \theta + 1}{\cos \theta} = 2 \sec \theta$ (D) $\csc^2 \theta + 1 = \cot^2 \theta$
19. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{6}$ 、 $\overline{BC} = 2$ 、 $\overline{CA} = \sqrt{3} - 1$ ，則 $\triangle ABC$ 最大內角的度數為何？
 (A) 135° (B) 90° (C) 120° (D) 75°
20. 平面上 \vec{a} 與 \vec{b} 夾角為 150° ，且 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ ，若 $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp (5\vec{a} + k\vec{b})$ ，則實數 $k = ?$
 (A) $\frac{41}{9}$ (B) $\frac{46}{9}$ (C) $\frac{55}{9}$ (D) $\frac{59}{9}$
21. 求行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 4 & -5 & -6 \\ 8 & -9 & -10 \end{vmatrix} = ?$
 (A) 108 (B) 0 (C) -36 (D) 10
22. 已知 a 、 b 為正實數，且 $8a + b = 15$ ，試求 ab^2 之最大值為何？
 (A) $\frac{125}{2}$ (B) $\frac{125}{8}$ (C) 125 (D) $\frac{25}{8}$
23. 美國 NBA 2012~13 球季，洛杉磯湖人隊眾星雲集，登錄球員名單中有 Bryant、Nash、Gasol、Howard、WorldPeace、Jamison 等共十二位球員，假若總教練 D'Antoni 排定先發五人名單時，Howard 說他決不和 Gasol 同時先發，如此一來，先發五人名單的組合共有幾種？
 (A) 252 種 (B) 672 種 (C) 660 種 (D) 540 種
24. 已知函數 $f(x) = x^3 + 9x^2 + kx + 15$ 在 $x = \alpha$ 及 $x = 2\alpha (\alpha \in R)$ 有極值，則 $f(-1) = ?$
 (A) -1 (B) 20 (C) 49 (D) 15
25. 某次鑑測中有 10000 人參加，已知成績呈常態分配，中位數為 60 分，標準差為 10 分。已知阿九排名第 8749 名，則下列選項，何者為他可能獲得的分數？
 (A) 52 分 (B) 75 分 (C) 38 分 (D) 48 分