

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類。

1. 已知二次函數 $f(x) = 9x^2 + 12x + 7$ ，下列敘述何者正確？
 - (A) $f(x)$ 有最大值
 - (B) $f(x)$ 的圖形對稱於方程式 $x = \frac{-4}{3}$
 - (C) $f(x)$ 的圖形與函數 $y = 4$ 的圖形有交點
 - (D) $f(x)$ 的圖形無法經由平移與 $g(x) = 9x^2 - 11x + 3$ 的圖形重合

2. 已知多項式 $f(x) = x^6 - 7x^4 + 2x^3 + ax^2 + 8$ ，且 $f(2) = 4$ ，則 a 值為何？
 - (A) -16
 - (B) 7
 - (C) 14
 - (D) -20

3. 已知 $A(7, 1)$ 、 $B(1, -1)$ 為坐標平面上兩點，若 $P(a, b)$ 在 \overline{AB} 上且滿足 $\overline{AP} = 3\overline{PB}$ ，則 P 到原點的距離為何？
 - (A) $\frac{\sqrt{13}}{2}$
 - (B) $\frac{\sqrt{13}}{3}$
 - (C) $\frac{\sqrt{26}}{3}$
 - (D) $\frac{\sqrt{26}}{2}$

4. 已知 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ 為實係數三次多項式，若 $f(0) = 6$ 、 $f(1) = -6$ 、 $f(2) = -12$ ，則 (a, b) 在第幾象限？
 - (A) 第一象限
 - (B) 第二象限
 - (C) 第三象限
 - (D) 第四象限

5. $\triangle ABC$ 中，已知 $A(-6, -2)$ 、 $B(2, -1)$ 、 $C(1, 2)$ ，求過 A 點且平分 $\triangle ABC$ 面積之直線方程式為何？
 - (A) $x + 3y + 12 = 0$
 - (B) $2x - 9y - 6 = 0$
 - (C) $2x + 9y + 30 = 0$
 - (D) $x - 3y = 0$

6. 設 a 、 b 、 c 為實數， $ax^2 + bx + c \geq 0$ 之解為 $x \geq 3$ 或 $x \leq \frac{-2}{7}$ ，則滿足 $cx^2 + bx + a \geq 0$ 的所有整數解之和為何？
 - (A) -6
 - (B) 4
 - (C) -5
 - (D) 3

7. 已知直線 L 的斜率為 $\frac{3}{4}$ ，且圖形不通過第四象限，若直線 L 與點 $(1, 2)$ 的距離為 2，則直線 L 的 x 截距為何？
 - (A) $-\frac{5}{3}$
 - (B) 5
 - (C) $\frac{5}{3}$
 - (D) -5

8. 設 θ 為實數，行列式 $\begin{vmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ ，求 $\cos 2\theta = ?$
 - (A) $\frac{2}{5}$
 - (B) $\frac{3}{5}$
 - (C) $\frac{1}{4}$
 - (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. 求聯立不等式 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x - 9y + 3 \leq 0 \\ -8x - 9y + 33 \geq 0 \end{cases}$ 的圖解區域面積？
- (A) 5 (B) $\frac{41}{16}$ (C) 3 (D) $\frac{41}{8}$
10. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 7$ 、 $\overline{AC} = 8$ 、 $\overline{BC} = 5$ 且內切圓半徑為 r ，外接圓半徑為 R ，則下列敘述何者正確？
- (A) $R \times r = 6$ (B) $R \times r = 7$ (C) $R \times r = 8$ (D) $R \times r = 9$
11. 已知 $\vec{a} = (3, 4)$ 、 $\vec{b} = (5, -12)$ ，則下列敘述何者正確？
- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 33$
- (B) 若 \vec{a} 、 \vec{b} 的夾角為 θ ，則 $\cos \theta = \frac{33}{65}$
- (C) 以 \vec{a} 、 \vec{b} 為兩鄰邊所決定的三角形面積為 56
- (D) \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影長為 $\frac{33}{13}$
12. 一扇形的半徑為 r 公分且圓心角為 θ 弧度，若扇形的周長為 L 公分且面積為 A 平方公分，並且滿足 $L = 4A$ ，求 $(2r - 1) \times 4\theta = ?$
- (A) 8 (B) 10 (C) 6 (D) 4
13. 下列各方程式，何者有實根？
- (A) $\sin x + \cos 2x = 2$ (B) $x^2 + 6x + 10 = 0$
- (C) $x^3 + 2x^2 + 7x + 3 = 0$ (D) $5\sin x + 4\cos x = 10$
14. 已知 $x \in \mathbb{R}$ ，且行列式 $\begin{vmatrix} 1+x & 2 & 4 \\ 2 & 2+x & 3 \\ 3 & 1 & 3+x \end{vmatrix} = 0$ ，解出的 x 之值有 x_1 、 x_2 、 x_3 ，求 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = ?$
- (A) 5 (B) 7 (C) $6\sqrt{5}$ (D) $8\sqrt{5}$
15. 已知 α 、 β ($\alpha < \beta$) 為方程式 $x^2 - 6x + 3 = 0$ 的兩根，求 $\alpha^3 - \beta^3 = ?$
- (A) $-66\sqrt{6}$ (B) $-44\sqrt{6}$ (C) $-33\sqrt{6}$ (D) $-11\sqrt{6}$
16. 已知 $a = \sqrt{117 - 28\sqrt{17}}$ ，若 a 的整數部分為 x ，小數部分為 y ，求 $\frac{4}{y} - \frac{19}{x+y} = ?$
- (A) 8 (B) 7 (C) 15 (D) 1

17. 聯立方程式 $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$ ， $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ 為實數，其解為 $x = x_1$ 、 $y = y_1$ ，若

$$\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix} = 4, \quad \begin{vmatrix} 3a_1 & 3a_2 \\ 2c_1 & 2c_2 \end{vmatrix} = 48, \quad \begin{vmatrix} 2b_1 + c_1 & b_1 - c_1 \\ 2b_2 + c_2 & b_2 - c_2 \end{vmatrix} = 96, \quad \text{則 } x_1 + y_1 = ?$$

- (A) -6 (B) 6 (C) 10 (D) -10

18. 下列何者不是絕對不等式？

- (A) x 為實數， $x^2 + x + 1 \geq 0$ (B) $a > 0$ 、 $b > 0$ ， $10a^2 + 2b - 1 \geq 0$
 (C) a 、 b 為實數， $25(a^2 + b^2) \geq (3a - 4b)^2$ (D) $a \geq 0$ 、 $b \geq 0$ ， $2a + b \geq \sqrt{6ab}$

19. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，已知 $\omega = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ ，計算 $(1 - \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) = ?$

- (A) 1 (B) $-2\omega - 1$ (C) -1 (D) $-2\omega + 1$

20. 若 x 、 y 、 z 為實數，且 $xyz \neq 0$ ，解方程式 $\begin{cases} x + y - 5xy = 0 \\ y + z - 8yz = 0 \\ x + z - 7xz = 0 \end{cases}$ ，求 $2x + 6y + 10z = ?$

- (A) 4 (B) 8 (C) 7 (D) 5

21. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，方程式 $x^3 + 8i = 0$ 的三根為 A 、 B 、 C ，求在複數平面上 $\triangle ABC$ 的面積為何？

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $24\sqrt{3}$ (C) $48\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}$

22. 已知 $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 4$ 、 $|\vec{c}| = \sqrt{11}$ ，且 $\vec{a} + m\vec{b} + \vec{c} = 0$ ($m < 0$)。若 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 θ ，且 $\cos \theta = \frac{-9}{16}$ ，則 $m = ?$

- (A) -1 (B) -2 (C) $-\frac{16}{7}$ (D) $-\frac{7}{16}$

23. 已知 $a^2 + b^2 + c^2 - 4b + 6c = 0$ ，若 $a - b + c$ 的最大值為 A ，最小值為 B ，求 $A \times B = ?$

- (A) -14 (B) 15 (C) -13 (D) 19

24. 若 x 為實數，且 $x = \sqrt{2}$ ，求 $\begin{vmatrix} 3 & x+2 & 2 \\ x^2+1 & 1 & x^4+1 \\ 2 & x^3+1 & 2 \end{vmatrix} = ?$

- (A) $-3 - 4\sqrt{2}$ (B) $-10 - \sqrt{2}$ (C) $1 - 14\sqrt{2}$ (D) $6 - 4\sqrt{2}$

25. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，已知 a 、 b 、 c 、 d 為實數，若 $3 + ai$ ($a \neq -2$)、 $b + 2i$ 為方程式 $x^3 - 21x^2 + cx + d = 0$ 的解，求 $a + b + c = ?$

- (A) -107 (B) 148 (C) -136 (D) 127