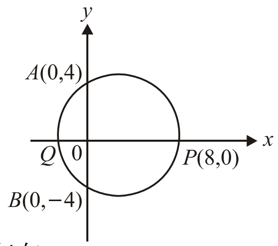
100 學年四技二專第五次聯合模擬考試
共同考科　數學(C)卷　詳解

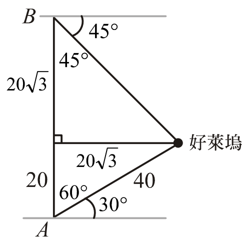
數學(C)卷 100-5-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	A	C	D	A	C	A	B	A	B	D	A	B	A	C	B	D	D	C	B	B	C	D

1. $f(x)=-2(x+\frac{3}{2})^2+\frac{25}{2}$，$V(\frac{-3}{2},\frac{25}{2})$ 不在範圍內
   ∴當 $x=-1$ 時，$f(-1)=-2+6+8=12$ 爲最大值
2. $f(x)=2x^2-3x-4$，$g(x)=-3x^2-9x-2$
   $3f(1)-2g(-3)=3\times(-5)-2\times(-2)=-11$
3. (A) $\sin\theta\cdot\csc\theta=1$
   (B) $0^\circ<\theta<45^\circ$ 時，$\sin\theta<\cos\theta$
   (C) $\tan^2\theta=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}=\frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$
   (D) $\cot\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 時，$\theta=60^\circ$，在 $0^\circ<\theta<90^\circ$ 間
   $\cot\theta$ 遞減，當 $\cot\theta<45^\circ$ 時，$\cot\theta>\frac{1}{\sqrt{3}}$
4. 利用 $\overline{AO}\times\overline{BO}=\overline{PO}\times\overline{QO}$
   $\Rightarrow\overline{QO}=2$
   $\therefore\overline{PQ}=2r=10$
   $r=5$
   圓面積 $=\pi\times5^2=25\pi$



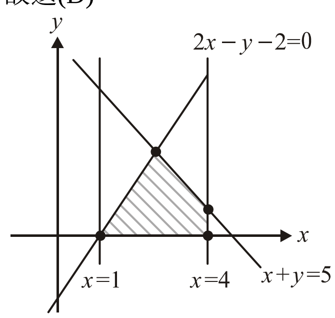
5. (A) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x+2}{x-2}=\frac{2+2}{2-2}=\frac{4}{0}$ (不存在)
   (B) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+2}+3^{n+1}}{3^n+2^n}=\frac{3}{1}=3$
   (C) $\lim\limits_{x\to1}\frac{(x+1)^2-4}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{(x+3)(x-1)}{x-1}=1+3=4$
   (D) $\lim\limits_{x\to4^-}\frac{|x|}{x}=\frac{4}{4}=1$，故選(C)
6. (1) $a\neq0$
   (2) $12^2-4\cdot a\cdot6a\geq0$，$a^2\leq6$，$-\sqrt{6}\leq a\leq\sqrt{6}$
   ∴a 可爲 -2、-1、1、2，共 4 個
7. 如右圖
   $\overline{AB}=20\sqrt{3}+20$
   $\fallingdotseq 20\times1.7+20$
   $=54$



8. 原式 $\div2x\Rightarrow x+\frac{1}{x}=-\frac{7}{2}$
   $\Rightarrow(x+\frac{1}{x})^2=x^2+2+x^{-2}$
   $=(\frac{-7}{2})^2=\frac{49}{4}$
   $\therefore x^2+x^{-2}=\frac{49}{4}-2=\frac{41}{4}$
9. $\alpha\in\text{II}$，$\sin\alpha=\frac{3}{5}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{-4}{5}$
   $\beta\in\text{III}$，$\tan\beta=3\Rightarrow\sin\beta=\frac{-3}{\sqrt{10}}$，$\cos\beta=\frac{-1}{\sqrt{10}}$
   $\therefore\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$
   $=(\frac{-4}{5})(\frac{-1}{\sqrt{10}})+(\frac{3}{5})(\frac{-3}{\sqrt{10}})=\frac{-1}{\sqrt{10}}$
10. $\angle AOB=\frac{2}{3}\pi+(2\pi-\frac{11}{6}\pi)=\frac{5}{6}\pi$，$|\overrightarrow{OB}|=1$
    $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OB}|\cdot\cos\angle AOB$
    $=4\times1\times\cos\frac{5\pi}{6}=-2\sqrt{3}$
11. 原式 $=2\cdot\sum\limits_{k=2}^{\infty}(\frac{2}{5})^k=2[(\frac{2}{5})^2+(\frac{2}{5})^3+\cdots\cdots]$
    $=2\times\frac{\frac{4}{25}}{1-\frac{2}{5}}=\frac{8}{15}$
12. 設原式爲 $(2x-6)(x-ki)(x+ki)=0$
    $\Rightarrow2x^3-6x^2+2k^2x-6k^2=0$，$\therefore a=-6$，$k^2=2$
    $k=\pm\sqrt{2}$，$b=-6k^2=-12$，純虛根爲 $\pm\sqrt{2}i$
    $a\times b=(-6)(-12)=72>0$，故選(B)
13. 可行解區域的頂點

x	1	$\frac{7}{3}$	4	4
y	0	$\frac{8}{3}$	1	0
$3x-6y+7$	10	-2	13	19

故選(D)



14. L：$2x-y=-5$，令所求爲 $2x-y=k$

$d=\dfrac{|\,k-(-5)\,|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=2\sqrt{5}\Rightarrow k=5$ 或 -15，故選(A)

15. $Z_1=\dfrac{-1}{2}+\dfrac{-\sqrt{3}}{2}i=\cos 240^\circ+i\sin 240^\circ$

$Z_2=\sqrt{3}+3i=2\sqrt{3}(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)$

$Z_1\times Z_2=2\sqrt{3}[\cos(240^\circ+60^\circ)+i\sin(240^\circ+60^\circ)]$

$=2\sqrt{3}(\cos 300^\circ+i\sin 300^\circ)$

16. 原式 $=3^{\log_3 4}-\log_3 27-\dfrac{1}{\frac{1}{2}}=4-3-2=-1$

17. $\overline{BC}=\sqrt{6^2+(6\sqrt{2})^2}=6\sqrt{3}$，$\therefore \angle A=60^\circ$

$\overline{AD}$ 為 $\angle BAC$ 內角平分線

則 $\dfrac{1}{2}\times 6\times 12\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ+\dfrac{1}{2}\times 12\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ$

$\overline{AD}=4\sqrt{3}$

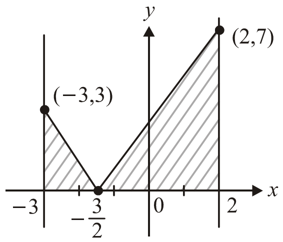
18. 原式 $=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n-2}}{\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n-3}}\times\dfrac{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-3}}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-3}}$

$\times\dfrac{\sqrt{n+3}+\sqrt{n-2}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n-2}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+3)-(n-2)}{(2n+1)-(2n-3)}$

$\times\dfrac{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-3}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n-2}}=\dfrac{5}{4}\times\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$

19. 所求為圖形中之面積和

即為 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times 3+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{7}{2}\times 7=\dfrac{29}{2}$



20. (1) 同點數：

111、222、⋯、666

共 6 種情形

(2) 和為 7 可能性：

115、124、133、223

排列數 $\dfrac{3!}{2!}$ 、$3!$、$\dfrac{3!}{2!}$ 、$\dfrac{3!}{2!}$

共 15 種情形

(3) 和為 14 可能性：266、356、446、455

排列數 $\dfrac{3!}{2!}$ 、$3!$、$\dfrac{3!}{2!}$ 、$\dfrac{3!}{2!}$

共 15 種情形

每人次獎金期望值為 $720\times\dfrac{6}{6^3}+72\times\dfrac{30}{6^3}=30$

預估利潤為 $100\times(50-30)=2000$

21. (A) $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+3)}$

$\therefore f(x)$ 在 $x=-1$ 、-3 處不連續

(B) $f(f(0))=f(\dfrac{4}{3})=\dfrac{\frac{1}{3}\times\frac{-2}{3}\times\frac{10}{3}}{\frac{7}{3}\times\frac{13}{3}}=\dfrac{\frac{-20}{27}}{\frac{91}{9}}=\dfrac{-20}{273}$

(C) $f'(2)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\frac{(x-1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+3)}-0}{x-2}=\dfrac{1\times 4}{3\times 5}=\dfrac{4}{15}$

(D) $f(3)\times f(-4)=\dfrac{2\times 1\times 5}{4\times 6}\times\dfrac{(-5)(-6)(-2)}{(-3)(-1)}<0$

故選(C)

22. 此為雙曲線之左半支，$F_1(6,1)$ 、$F_2(-4,1)$

$2a=6\Rightarrow a=3$，$2c=10\Rightarrow c=5$

$b^2=c^2-a^2=25-9=16$，$\overline{PQ}$ 過 F_2

$\therefore \overline{PF_2}=\dfrac{1}{2}\overline{PQ}=\dfrac{2b^2}{a}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{16}{3}$

P 在 F_2 上方 $\Rightarrow P(-4,1+\dfrac{16}{3})=(-4,\dfrac{19}{3})$，故選(B)

23. (1) 選牛排：$1\times 2\times 5=10$

(2) 選雞排：$1\times 2\times 4=8$

(3) 其他三種主餐：$3\times 3\times 4=36$

$(1)+(2)+(3)=10+8+36=54$

24. $P=\dfrac{(2\times 5)\times 1}{(2\times 5)\times(2\times 5)}=\dfrac{1}{10}$

25. (A) $\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=28=2a\Rightarrow a=14\Rightarrow a^2=14^2=196$

(B) $\cos\theta=-\dfrac{4}{5}\Rightarrow \cos\angle PF_2F_1=\dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \overline{PF_1}：\overline{PF_2}：\overline{F_1F_2}=3：4：5$

$\therefore \overline{PF_1}=28\times\dfrac{3}{3+4}=12$，$\overline{PF_2}=16$，$\overline{F_1F_2}=20=2c$

$c=10$，$b^2=a^2-c^2=196-100=96$

正焦弦長 $=\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\times 96}{14}=\dfrac{96}{7}$

(C) $\overline{PF_2}-\overline{PF_1}=16-12=4$

(D) $\Delta PF_1F_2=\dfrac{1}{2}\times 12\times 16=96$，故選(D)